

文章编号: 1000 8055(2010)05-1184-06

带校正的机电集成超环面传动最优控制

刘 欣, 许立忠

(燕山大学 机械工程学院, 秦皇岛 066004)

摘 要: 基于某型机电集成超环面传动的机电耦合动力学模型, 得到该传动的速度传递函数, 推导了加入校正后系统的状态空间表达. 考虑该系统的工程实际要求, 建立了最优控制理论模型, 求得了最优控制律. 解得黎卡提矩阵方程, 得到反馈增益矩阵, 应用 Matlab 软件对跟踪响应情况和最优控制输入进行了仿真, 明显改善了系统的动态性能, 实现了比例积分(PI)控制与最优控制的结合. 研究结果对该类型传动的实际应用具有指导意义.

关 键 词: 机电集成; 机电耦合; 状态空间; 最优控制; 反馈增益; 仿真

中图分类号: TH 132

文献标识码: A

Research of optimal control for electromechanical integrated toroidal drive with regulator

LIU Xin, XU Li zhong

(College of Mechanical Engineering, Yanshan University,
Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Based on the electromechanical coupled dynamic model of a generic electromechanical integrated drive system, the speed transfer function was obtained, and the state space express of the system with a regulator was derived. Considering the requirement of engineering practice, the theoretical model of optimal control was built, and the optimal control rule was obtained. The Riccati matrix equation was solved, the feedback gain matrix was acquired, and the tracking response and optimal control input were simulated with Matlab software. Finally, the dynamic performance was greatly improved, and the combination of proportion integration (PI) regulator and optimal control was achieved. The results offer meaningful instruction for the practical application of the generic drive system.

Key words: electromechanical integrated; electromechanical coupled; state space; optimal control; feedback gain; simulate

随着电子、信息和控制等技术向机械工程领域的不断渗透, 传统的机械传动系统发生了很大变化, 跨越旧的机构组成概念, 实现机电和控制有机结合的新型复合传动机构已成为机械科学领域

的国际性前沿课题.

机电集成超环面传动正是一种广义复合传动机构, 它集超环面蜗杆传动和电磁驱动及控制技术于一体, 具有传动比大、无接触、无磨损、传动扭

收稿日期: 2009 04 28; 修订日期: 2009 09 04

基金项目: 国家自然科学基金(50375132)

作者简介: 刘欣(1981-), 女, 河北定州人, 博士生, 主要从事机电集成超环面传动系统控制研究.

通讯作者: 许立忠(1962-), 男, 教授、博士生导师, 机械学院副院长, 主要从事现代机械传动和机电集成传动系统的研究.

E-mail: x lz@ ysu. edu. cn, Telephone: 0335 8060195

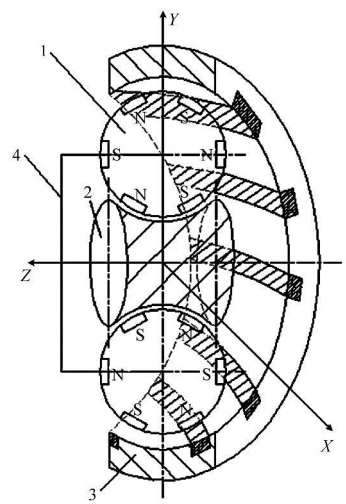
矩大等特点. 超环面传动的效率高, 结构紧凑, 可以在很小空间内传递大扭矩^[1], 特别适于航空、航天等技术领域, 美国等发达国家已对该种传动研究多年^[2,3]. 机电集成超环面传动以超环面传动为基础, 集电、机、控制于一体, 使减速机构和控制机构合二为一, 便于更好的控制. 由于该传动结构紧凑、输出转矩和转速可控、响应速度快, 可以取代伺服系统, 使现有机电系统的结构组成大大简化, 除了航空、军事和车辆等要求结构紧凑的领域外, 尚可用于机器人和飞行器制导等控制要求高的技术领域, 具有更为广阔的应用前景.

目前国内对机电集成超环面传动系统控制方面的研究, 尚处于探索阶段. 文献[4]分析了该传动特有的动态响应特性, 建立数学模型进行了调节器的设计, 为该传动系统加入了比例积分(proportion integration, 简称PI)环节, 并设置信号发生器输入补偿信号, 改善了系统响应的快速性和准确性. 结合PI控制与最优控制, 进一步设计最优伺服控制系统, 可以用最优的控制能量来获得较小的跟踪误差. 为此, 本文对带校正的机电集成超环面传动系统进行了最优控制研究, 获得一个控制律, 并对此进行了仿真研究, 结果证明了该控制策略的有效性.

1 机电集成超环面传动的工作原理

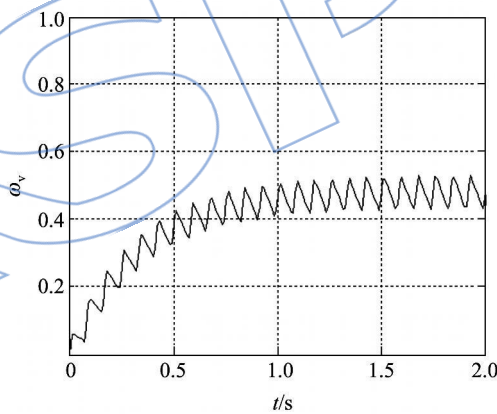
机电集成超环面传动主要是由电枢式蜗杆、永磁行星轮、定子及行星架组成, 其结构简图如图1所示. 电枢蜗杆由硅钢片叠加而成, 表面缠有三相交流电枢, 用以产生三维旋转磁场驱动行星轮转动; 永磁行星轮是由稀土材料制作成磁块, N、S极相间均匀地嵌入行星轮圆周上, 以形成磁性齿进行啮合; 定子由若干个钢材制成的空间螺旋梁均匀的嵌在定子支架上, 用于吸引行星轮磁齿沿着螺旋轨迹运动^[5], 从而带动支撑行星轮的行星架实现运动的输出. 该系统不只是简单地传递力或力矩, 它将动力机构和机械减速机构融为一体, 把电能直接转换成机械能, 同时实现能量转换和减速的功能, 通过改变蜗杆电枢的输入, 能够更方便有效地控制系统的运动和力矩输出.

在机电集成超环面传动运行过程中, 同时参与啮合的齿对数随行星轮的转动而变化, 由此引起驱动力矩以及输出角速度有规律的周期性波动, 对于飞行器而言是不利的内部激励, 该传动系统在阶跃信号作用下实际响应的理论计算与实验结果如图2所示.

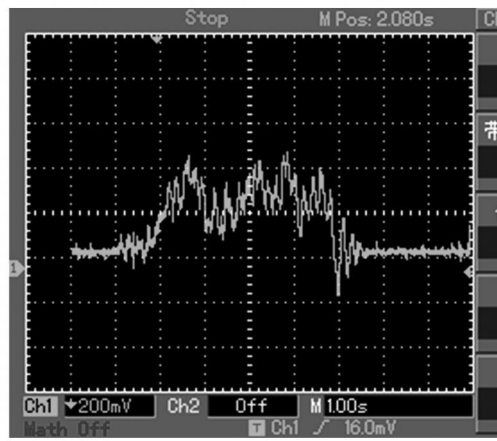


1 行星轮; 2 蜗杆; 3 定子; 4 行星架

图1 机电集成超环面传动结构简图
Fig. 1 Diagram of electromechanical integrated toroidal drive



(a) 理论计算



(b) 实验结果

图2 传动系统阶跃响应的理论计算与实验结果
Fig. 2 Theoretical calculation and experimental result of step response for the drive system

由控制实验示波器采集的结果可以看出,该传动系统在运行过程中受到啮合齿对数变化和外载扰动的影响,响应速度慢,而且稳态时存在波动,实验结果和理论计算基本吻合。

为了得到良好的输出性能,需要进行有效地控制,建立该传动系统的控制理论体系。现代最优控制理论是一种严格的数学解析方法,可实现系统性能指标的最优化,使输出响应性能在最优控制作用下跟踪输入信号,使系统具有令人满意的性能。

2 数学模型建立

由机电集成超环面传动的机电耦合动力学模型,得到蜗杆线圈的微分方程

$$u = R_v i + L_v \dot{i}$$

其中 u, i 为蜗杆线圈的电压和电流, R_v, L_v 分别为蜗杆线圈的当量电阻和电感。又系统的输出力矩

$$T_n = k_t i = J \dot{\omega}_v + D \omega_v$$

其中 k_t 为传动系统的转矩常数, J 为系统的当量转动惯量, D 为系统的阻尼系数, ω_v 为传动的输出速度。以 i 为中间变量,可得

$$k_t u = L_v J \ddot{\omega}_v + (L_v D + R_v J) \dot{\omega}_v + R_v D \omega_v \tag{1}$$

对式(1)进行拉氏变换,得到机电集成超环面传动系统的传递函数

$$G = \frac{\Omega_v(s)}{U(s)} = \frac{k_t}{L_v J s^2 + (L_v D + R_v J) s + R_v D}$$

简记 $k_1 = (L_v D + R_v J)/(L_v J)$, $k_2 = R_v D/(L_v J)$, $k_3 = k_t/(L_v J)$, 得

$$G = \frac{k_3}{s^2 + k_1 s + k_2} \tag{2}$$

可见,机电集成超环面传动速度伺服系统模型为二阶系统。通过分析系统参数知响应特性为过阻尼情况,为了改善系统的动态性能,进行PI校正,加入比例积分环节 $k \frac{(\tau s + 1)}{s}$, 其中 τ 为积分常数, $k\tau$ 为比例系数。校正后传动系统的传递函数为

$$G_{pi} = \frac{k_3 k \tau s + k_3 k}{s^3 + k_1 s^2 + (k_2 + k_3 k \tau) s + k_3 k} \tag{3}$$

带PI校正的机电集成超环面传动系统的实现问题,需要对传递函数 G_{pi} 进行反拉氏变换,得

到微分方程

$$\ddot{\omega}_v + k_1 \dot{\omega}_v + (k_2 + k_3 k \tau) \omega_v + k_3 k \omega_v = k_3 k \tau \dot{u} + k_3 k u \tag{4}$$

记 $a_2 = k_1$, $a_1 = k_2 + k_3 k \tau$, $a_0 = k_3 k$, $b_1 = k_3 k \tau$, $b_0 = k_3 k$, 选择状态变量

$$\begin{aligned} x_1 &= \omega_v - \beta_3 u \\ x_2 &= \dot{\omega}_v - \beta_3 \dot{u} - \beta_2 u \\ x_3 &= \ddot{\omega}_v - \beta_3 \ddot{u} - \beta_2 \dot{u} - \beta_1 u \end{aligned}$$

得到一阶微分方程组

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \beta_2 u \\ \dot{x}_2 = x_3 + \beta_1 u \\ \dot{x}_3 = \ddot{\omega}_v - \beta_3 \ddot{u} - \beta_2 \dot{u} - \beta_1 \dot{u} \end{cases} \tag{5}$$

联立式(4)和式(5),得到

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= -a_2 x_3 - a_1 x_2 - a_0 x_1 - \beta_3 \ddot{u} - (\beta_2 + a_2 \beta_3) \dot{u} - (a_2 \beta_2 + a_1 \beta_3 - b_1 + \beta_1) \dot{u} + \\ &\quad (b_0 - a_2 \beta_1 - a_1 \beta_2 - a_0 \beta_3) u \end{aligned}$$

令 u 各阶导数的系数为零,求解得到

$$\begin{aligned} \beta_3 &= \beta_2 = 0 \\ \beta_1 &= b_1 \\ \beta_0 &= b_0 - a_2 \beta_1 \end{aligned}$$

所以 $x_1 = \omega_v$, $x_2 = \dot{\omega}_v$, $x_3 = \ddot{\omega}_v - \beta_1 u$ 。考虑啮合刚度和外载影响,带PI校正系统的状态空间模型如图3所示,状态空间表达为

$$\begin{cases} \dot{x} = A(x + \Delta x) + bu = Ax + bu + V(t) = f \\ y = c \cdot x \end{cases} \tag{6}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix}, b = [0 \quad \beta_1 \quad \beta_0]'$$

$$c = [1 \quad 0 \quad 0], \Delta x = [d(t) \quad 0 \quad 0]^T$$

系统的能控性和能观性判别矩阵均满秩,所以系统完全能控和能观,最优控制问题可以实现。

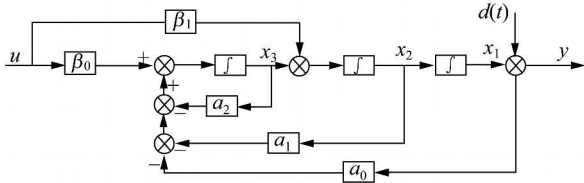


图3 系统的状态空间模型
Fig. 3 State space model for the system

3 最优控制理论模型

最优控制是建立在系统模型的基础上,采用系统跟踪误差与控制输入的加权二次型作为性能指标,寻求最优控制规律,使系统性能指标函数为最小^[6,8].根据机电集成超环面传动的输出特性以及动态性能指标,引入目标函数

$$J = \int_0^T F dt =$$

$$\frac{1}{2} \int_0^T \{ Q(t)[r(t) - y(t)]^2 + R(t)u^2(t) \} dt$$

其中 $r(t)$ 是希望跟随的输出轨迹, $Q(t)$, $R(t)$ 分别为跟踪误差和控制函数的权重,表示系统的动态误差和所需消耗能量之间的权衡,实质上是要求用最小的控制能量来获得较小跟踪误差的最优控制,该性能指标代表了工程实际中更广泛关心的问题.

为状态方程(6)引入协状态变量列阵 $\phi(t)$,作哈密顿函数^[9,10]

$$H[x(t), u(t), \phi(t)] = F + \phi(t)f \quad (7)$$

协方程为

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^T(t) = \\ - \frac{\partial H}{\partial x} = -c^T Q(t)[cx(t) - r(t)] - A^T \phi^T \end{aligned}$$

其终值条件 $\phi^T(t_f) = 0$, 由于系统的可控性及控制函数的无约束,根据最大值原理,最优控制函数 $u(t)$ 必使哈密顿函数取极值,因此得到控制律

$$u(t) = -R^{-1}b^T \phi^T$$

为了建立闭环控制,设

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2a_0p_3 & p_1 - a_1p_3 - a_0p_5 & p_2 - a_2p_3 - a_0p_6 \\ p_1 - a_1p_3 - a_0p_5 & 2p_2 - 2a_1p_5 & p_3 - a_1p_6 + p_4 - a_2p_5 \\ p_2 - a_2p_3 - a_0p_6 & p_3 - a_1p_6 + p_4 - a_2p_5 & 2p_5 - 2a_2p_6 \end{pmatrix} = \\ & \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} (\beta_1p_2 + \beta_0p_3)^2 & (\beta_1p_2 + \beta_0p_3)(\beta_1p_4 + \beta_0p_5) & (\beta_1p_2 + \beta_0p_3)(\beta_1p_5 + \beta_0p_6) \\ (\beta_1p_2 + \beta_0p_3)(\beta_1p_4 + \beta_0p_5) & (\beta_1p_4 + \beta_0p_5)^2 & (\beta_1p_4 + \beta_0p_5)(\beta_1p_5 + \beta_0p_6) \\ (\beta_1p_2 + \beta_0p_3)(\beta_1p_5 + \beta_0p_6) & (\beta_1p_4 + \beta_0p_5)(\beta_1p_5 + \beta_0p_6) & (\beta_1p_5 + \beta_0p_6)^2 \end{pmatrix} \cdot \\ & \begin{pmatrix} 0 & \rho^1\beta_1(p_2\beta_1 + p_3\beta_0) & \rho^1\beta_0(p_2\beta_1 + p_3\beta_0) + a_0 \\ -1 & \rho^1\beta_1(p_4\beta_1 + p_5\beta_0) & \rho^1\beta_1(p_4\beta_1 + p_5\beta_0) + a_1 \\ 0 & \rho^1\beta_1(p_5\beta_1 + p_6\beta_0) - 1 & \rho^1\beta_1(p_2\beta_1 + p_3\beta_0) + a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} - a_0 \begin{pmatrix} p_3 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix} d(t) = \begin{pmatrix} r(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

进而解得对称阵 P 和向量 ξ , 得到状态变量反馈形式表示的最优控制律为

$$\phi^T(t) = P(t)x(t) - \xi(t) \quad (8)$$

其中 $P(t)$ 是待定矩阵, $\xi(t)$ 是待定向量,代入控制律,可以得到最优控制输入表示为状态变量反馈的形式为

$$u(t) = -K(t)x(t) + R^{-1}(t)b^T \xi(t) \quad (9)$$

其中 $K(t) = R^{-1}b^T P(t)$, 为反馈增益矩阵,因为 R , b 均为已知,所以最优控制问题归结为求矩阵 $P(t)$ 和向量 $\xi(t)$.

对式(8)求导,联立协方程得到

$$\begin{cases} \dot{P}(t) = -c^T Q(t)c - A^T P(t) - P(t)A + \\ P(t)bR^{-1}(t)b^T P(t) \\ \dot{\xi}(t) = -[A - bR^{-1}(t)b^T P(t)]^T \xi + \\ P(t)v(t) - c^T Q(t)r(t) \end{cases} \quad (10)$$

由于微分型的黎卡提方程求解困难,得到的控制规律也不易实现,在满足传动系统工程要求的前提下,为了简化求解过程,使微分方程满足边界条件,得到

$$Q + PA + A^T P - PbR^{-1}b^T P = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [A - bR^{-1}(t)b^T P]^T \xi(t) + \\ c^T Q(t)r(t) = P v(t) \end{aligned} \quad (12)$$

设对称常矩阵

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \\ p_2 & p_4 & p_5 \\ p_3 & p_5 & p_6 \end{pmatrix}, \quad \xi(t) = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}$$

展开矩阵方程(11)和(12),分别得到

$$\begin{aligned} u(t) = & -\rho^1(\beta_1p_2 + \beta_0p_3)x_1 - \\ & \rho^1(\beta_1p_4 + \beta_0p_5)x_2 - \rho^1(\beta_1p_5 + \beta_0p_6)x_3 + \\ & \rho^1\beta_1\xi_1(t) + \rho^1\beta_0\xi_2(t) \end{aligned}$$

4 仿真计算与分析

考虑传动系统啮合刚度和外载对输出的影响,完成带 PI 校正机电集成超环面传动系统的最优伺服控制系统的设计,获得最优控制律,对其跟踪特性进行仿真研究.

由式(12)得到

$$\xi(t) = [A^T - PbR^{-1}(t)b^T]^{-1} \cdot [Pv(t) - c^T Q(t)r(t)]$$

由此得到最优控制结构框图如图 4 所示.

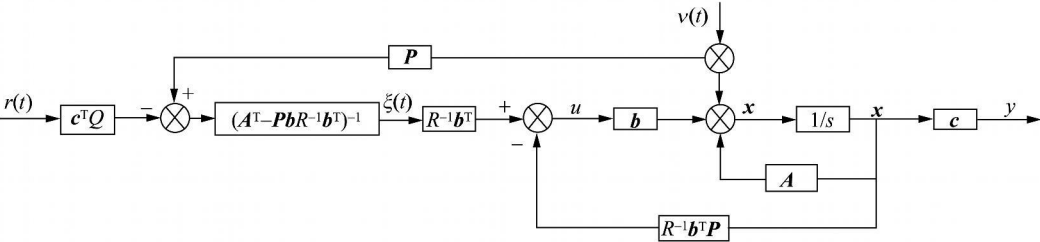


图 4 最优控制结构框图
Fig. 4 Block diagram of optimal control

应用 Matlab 软件进行仿真计算,仿真时所选择的主要参数如下:

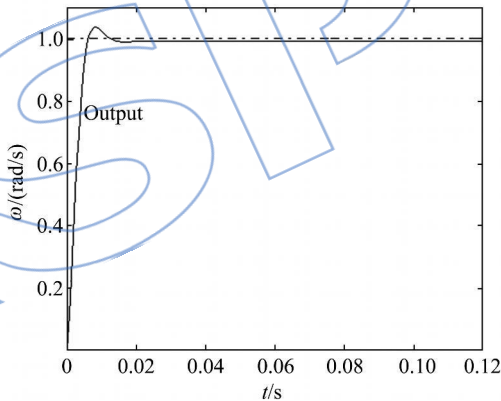
$k_v = 25 \text{ N/A}, L_v = 0.01 \text{ H}, R_v = 2 \Omega$
 $D = 0.06 (\text{kg} \cdot \text{m}^2) / \text{s}, J = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

考虑权重的相对性,取 $Q(t) = 1, R(t) = \rho$ 其中 ρ 为一个正常数,其大小表示性能指标函数中输入能耗与跟踪误差之间的相对重要性.代入式(11)和式(12),分别解得 P 和 ξ ,同时得到最优控制律 $u(t)$.

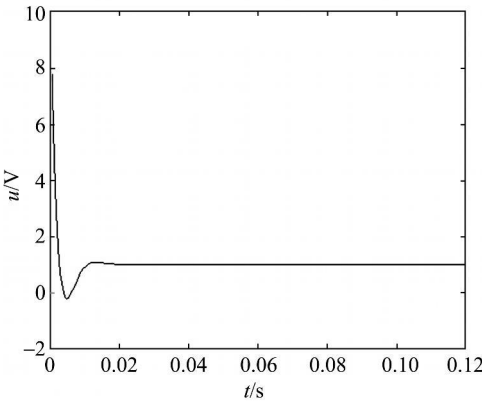
最优控制系统对阶跃信号的跟踪响应及对应的最优控制律如图 5 所示.由图 5 可以清晰的看出,结合 PI 校正和最优控制求得的伺服控制系统具有更好的响应特性,不仅响应时间缩短,而且跟踪性能得到很大改善,同时,最优控制律在经过初始启动调整后接近理想信号,无波动,可以平稳输入,改善了系统的动态性能.

带 PI 校正的机电集成超环面传动系统未进行最优控制之前的阶跃响应如图 6 所示,对比可知最优控制之后的响应速度比仅加入 PI 校正的控制系统得到进一步的提高,同时不需要补偿电压,啮合齿对数变化以及外载荷引起的波动也得以消除,这正体现了最优控制器设计的有效性.

PI 控制器在提高系统稳态精度方面作用明显,最优控制在改善系统动态特性方面作用明显,研究结果集中体现了 PI 校正与最优控制相结合的控制方法解决问题优越性.



(a) 跟踪响应



(b) 最优控制律

图 5 最优控制系统跟踪响应及最优控制律

Fig. 5 Tracking responses and optimal inputs of the optimal control system

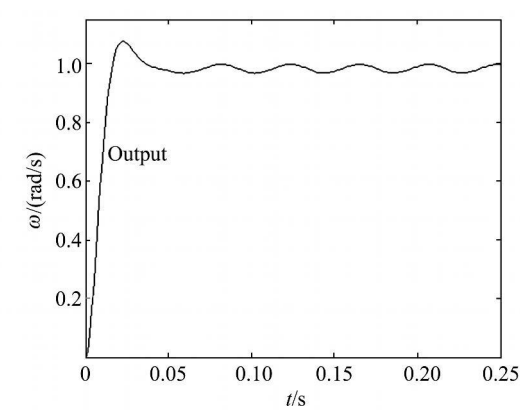


图 6 带校正传动系统的阶跃响应

Fig.6 Tracking responses and optimal inputs of the optimal control system

5 结 论

通过建立带校正机电集成超环面传动系统的状态空间模型, 判别出最优控制的可实现性. 由目标函数的泛函变分出发, 解得反馈增益矩阵, 构建了最优控制系统结构框图, 对跟踪响应和最优控制输入进行了仿真计算, 明显改善了系统的动态性能, 实现了 PI 控制与最优控制的结合. 研究结果为该类型传动控制理论的进一步研究打下了基础.

参考文献:

[1] 许立忠, 杨育林, 黄真. 超环面行星蜗杆传动研究综述[J]. 中国工程科学, 2000, 2(6): 84-88.
XU Lizhong, YANG Yulin, HUANG Zhen. General review of the study on the toroidal drive[J]. Engineering Science, 2000, 2(6): 84-88. (in Chinese).

[2] Kuehnle M R, Pecken H, Troeder C, et al. The toroidal drive[J]. Mechanical Engineering, 1981, 32(2): 32-39.
[3] Kuehnle M R. Toroidal drive system and method of assembling same: United States, 5784923[P]. 1998-07-28.
[4] XU Lizhong, LIU Xin. Speed fluctuation and control of an electromechanical integrated toroidal drive[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part I—Journal of Systems and Control Engineering, 2007, 221 (3): 519-529.
[5] XU Lizhong, HUANG Jin. Torques for electromechanical integrating toroidal drive[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C—Journal of Mechanical Engineering Science, 2005, 219(8): 801-811.
[6] 王贞荣. 最优控制[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1989.
[7] Bettayeb M, Randhawa A Q. Time weighted optimal state and output feedback control of power systems[J]. Electric Power Systems Research, 1999, 52(1): 77-86.
[8] 何仁, 李强, 郭孔辉. LQG 理论的电动助力转向系统最优控制[J]. 农业机械学报, 2007, 38(2): 17-21.
HE Ren, LI Qiang, GUO Konghui. Study on optimal control for electric power steering system based on LQG theory[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(2): 17-21. (in Chinese)
[9] 高文志, 刘建国. 基于二次型全局最优控制算法的汽轮发电机组轴系扭振主动控制模拟[J]. 机械工程学报, 2006, 42(6): 97-100.
GAO Wenzhi, LIU Jianguo. Active control simulation of torsional vibration for turbogenerator shaft system based on globally optimal control algorithms of quadratic regulator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(6): 97-100. (in Chinese)
[10] YU Jie, Jadbabaie A, Primbs J, et al. Comparison of nonlinear control design techniques on a model of the caltech ducted fan[J]. Automatica, 2001, 37(12): 1971-1978.